

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 5

Тема: Властивості тригонометричних функцій, побудова їх графіків

Мета: систематизувати, узагальнити знання про властивості тригонометричних функцій та їх графіки; формувати вміння і навички виконувати перетворення графіків; показати міжпредметний зв'язок областей математики, фізики, історії; розвивати розумові здібності, здатність до самостійного мислення, пам'ять, увагу.

Наочність: таблиці з графіками основних тригонометричних функцій та їх властивостями, презентація до теми.

Методичні вказівки до виконання практичної роботи

Тригонометричні функції мають важливе застосування у фізиці. Функції синуса і косинуса, наприклад, використовують для описання гармонічних коливань, які моделюють багато природних явищ, такі як рух маси закріпленої на пружині, і для малих кутів, рух маятника для маси що висить на нитці. Функції синуса і косинуса є одновимірними проекціями рівномірного кругового руху.

Тригонометричні функції також довели свою користь при вивченні загальних періодичних функцій. Характерна хвильова структура періодичних функцій корисна для моделювання явищ, таких як звукові або світлові хвилі.

№ п/п	Властивості	Функція			
		$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \operatorname{ctg} x$
1	2	3	4	5	6
1.	$D(y)$	R	R	$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$ $n \in Z$	$x \neq \pi n$, $n \in Z$
2.	$E(y)$	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$	R	R
3.	Парність	непарна $\sin(-x) = -\sin x$	парна $\cos(-x) = \cos x$	непарна $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$	непарна $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$
4.	Періодичність, період	2π	2π	π	π
5.	Нулі функції	$\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$ $n \in Z$	$\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$ $n \in Z$
6.	Якщо $x = 0$	$\sin x = 0$	$\cos x = 1$	$\operatorname{tg} x = 0$	не визначено

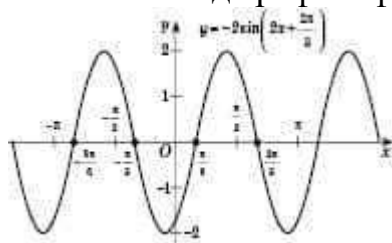
1	2	3	4	5	6
7.	Проміжки, на яких $y > 0$	$(2\pi n; \pi + 2\pi n)$	$\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$	$\left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$	$\left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$
8.	Проміжки, на яких $y < 0$	$(-\pi + 2\pi n; 2\pi n)$	$\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right)$	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right)$
9.	Проміжки зростання	$\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$	$[-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$	немає
10.	Проміжки спадання	$\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$	$[2\pi n; \pi + 2\pi n]$	немає	$(\pi n; \pi + \pi n)$
11.	Найменші значення	$y = -1$, якщо $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$y = -1$, якщо $x = \pi + 2\pi n$	немає	немає
12.	Найбільші значення	$y = 1$, якщо $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$y = 1$, якщо $x = 2\pi n$	немає	немає

Приклад: розглянемо графік функції $y = -2\sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$. Напишемо функцію у вигляді $y = -2\sin\left(2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right)$.

Із цього випливає, що графік цієї функції можемо дістати, якщо побудувати:

- 1) графік функції $y = \sin x$;
- 2) графік функції $y = \sin 2x$, стискаючи графік функції $y = \sin x$ у два рази до осі Оу;
- 3) графік функції $y = 2\sin 2x$, розтягуючи у два рази вздовж осі Оу графік функції $y = \sin 2x$;
- 4) графік функції $y = -2\sin 2x$, відображуючи графік функції $y = 2\sin 2x$ симетрично відносно осі Ох;
- 5) графік функції $y = -2\sin\left(2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right)$, паралельно переносючи графік $y = -2\sin 2x$ на відстань $\frac{\pi}{3}$ вліво вздовж осі Ох.

На рисунку не показані поступові перетворення графіка, а тільки остаточний вигляд графіка функції $y = -2\sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$:



В повному обсязі теоретичний матеріал подано на сайті у вигляді презентації №5



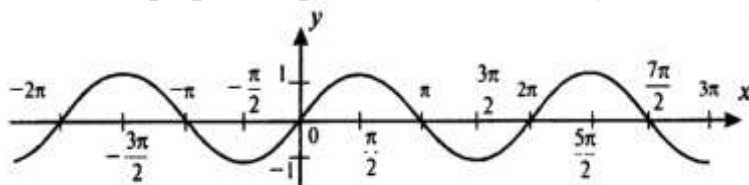


Хід і послідовність виконання завдань

Варіант 1

Завдання 1.1-1.3 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і запишіть її.

1.1 Вкажіть який графік зображено на малюнку? (1 бал)



А	Б	В	Г	Д
$y = \cos x$	$y = \sin x$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \operatorname{ctg} x$	$y = \cos 2x$

Відповідь: _____

1.2 Вкажіть проміжки зростання і спадання заданої функції в пункті 1.1 (1 бал)

А	$[\pi; +2\pi], [\pi + 2\pi; 2\pi + 2\pi], \text{ де } n \in \mathbb{Z}$
Б	$\left[-\pi + 2\pi; 2\pi\right], \left[2\pi; \pi + 2\pi\right], \text{ де } n \in \mathbb{Z}$
В	$\left[-\frac{\pi}{2} + \pi; \frac{\pi}{2} + \pi\right], \left(\frac{\pi}{2} + \pi; \frac{3\pi}{2} + 2\pi\right), \text{ де } n \in \mathbb{Z}$
Г	$\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi; \frac{\pi}{2} + 2\pi\right], \left[\frac{\pi}{2} + 2\pi; \frac{3\pi}{2} + 2\pi\right], \text{ де } n \in \mathbb{Z}$
Д	$(2n\pi; \pi + 2n\pi), (\pi + 2n\pi; 2\pi + 2n\pi), \text{ де } n \in \mathbb{Z}$

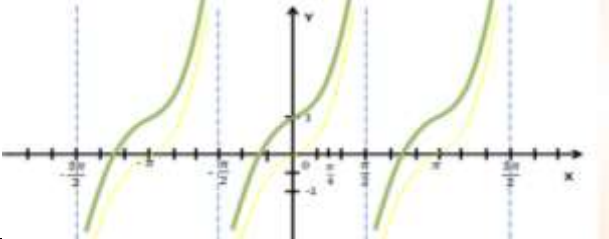
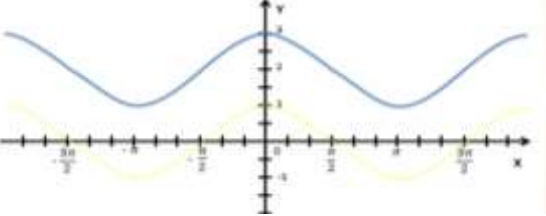
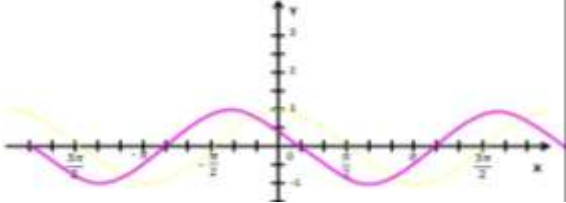
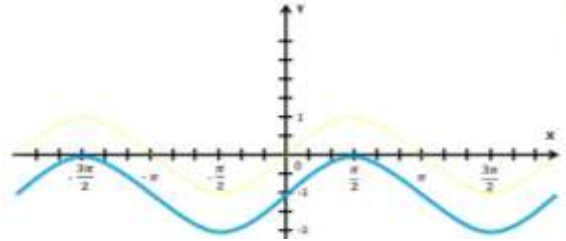
Відповідь: _____

1.3 Вкажіть нулі заданої функції в пункті 1.1 (1 бал)

А	$x = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$
Б	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
В	$x = -\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
Г	$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
Д	$x = \frac{\pi}{3} + 2n\pi; \text{ де } n \in \mathbb{Z}$

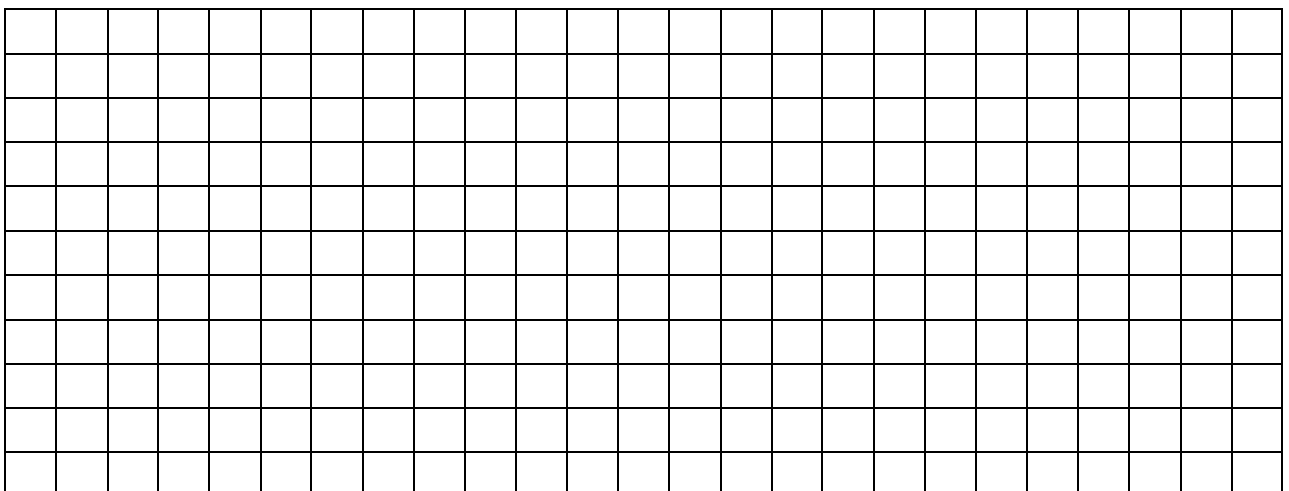
Відповідь: _____

2. Для графіків функції, зображених у лівій частині встановити відповідність формулам: (4 бали)

A) 	1) $y = \cos x + 2$
Б) 	2) $y = \sin x - 1$
В) 	3) $y = \operatorname{tg} x + 1$
Г) 	4) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

Відповідь: _____

3.1 Побудуйте графік функції $y = -\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ (2 бали)



А	Б	В	Г	Д
$y = \cos x$	$y = \sin x$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \operatorname{ctg} x$	$y = 2\operatorname{tg} x$

Відповідь: _____

1.2 Вкажіть проміжки зростання і спадання заданої функції в пункті 1.1

(1 бал)

А	$\left[\frac{\pi}{2} + 2n\pi; \pi + 2n\pi\right]; n \in \mathbb{Z}$
Б	$\left[-\frac{\pi}{2} + n\pi; n\pi\right]; n \in \mathbb{Z}$
В	$\left(-\frac{\pi}{2} + n\pi; \frac{\pi}{2} + n\pi\right); n \in \mathbb{Z}$
Г	$[n\pi; \pi + n\pi]; n \in \mathbb{Z}$
Д	$(n\pi; \pi + n\pi); n \in \mathbb{Z}$

Відповідь: _____

1.3 Вкажіть нулі заданої функції в пункті 1.1

(1 бал)

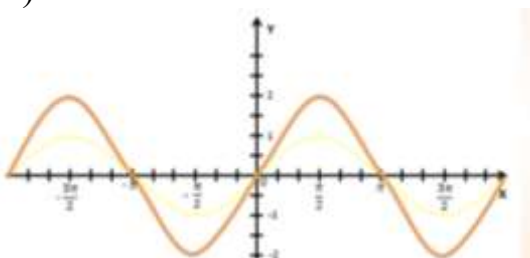
А	$x = \frac{\pi}{3} + 2n\pi; \text{де } n \in \mathbb{Z}$
Б	$x = \pi + 2n\pi; n \in \mathbb{Z}$
В	$x = -\frac{\pi}{2} + n\pi; n \in \mathbb{Z}$
Г	$x = 2n\pi; n \in \mathbb{Z}$
Д	$x = \frac{\pi}{2} + n\pi; n \in \mathbb{Z}$

Відповідь: _____

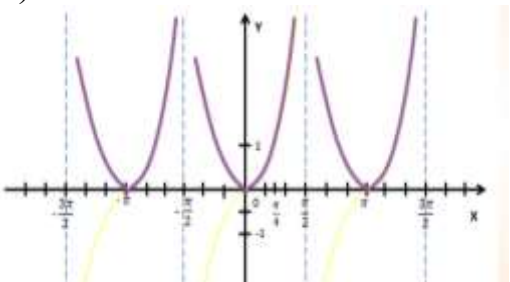
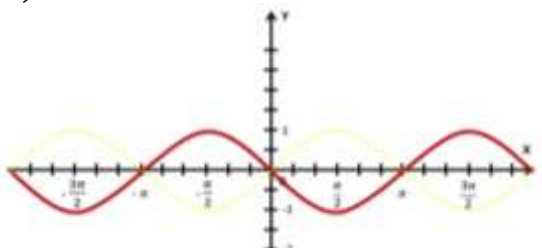
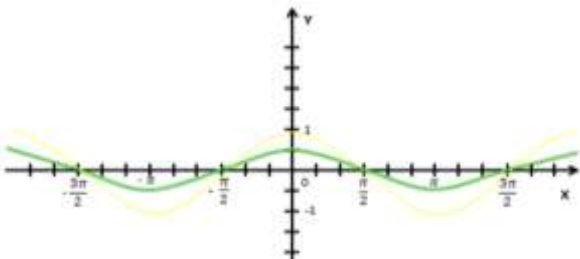
2. Для графіків функції, зображених у лівій частині встановити відповідність формулам:

(4 бали)

А)

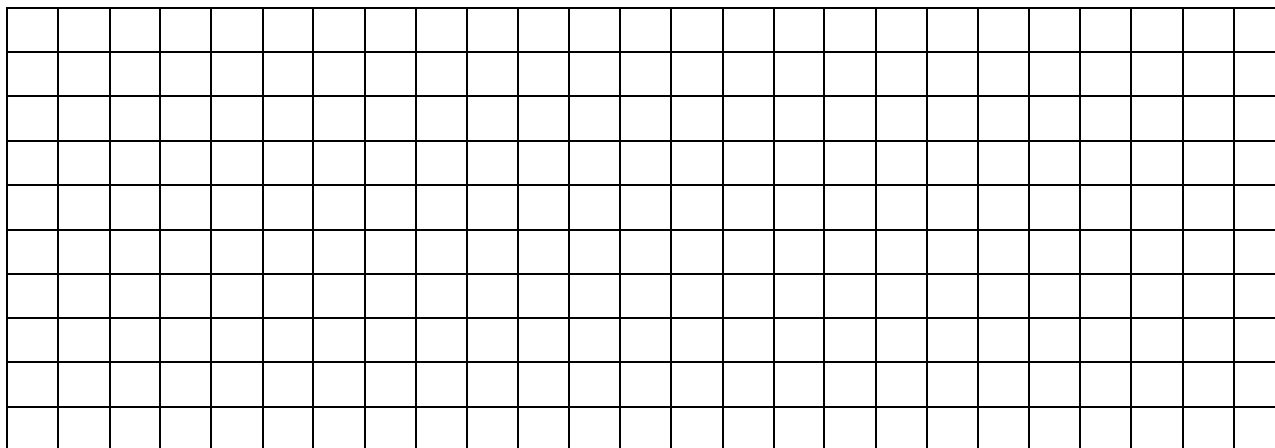


1) $y = -\sin x$

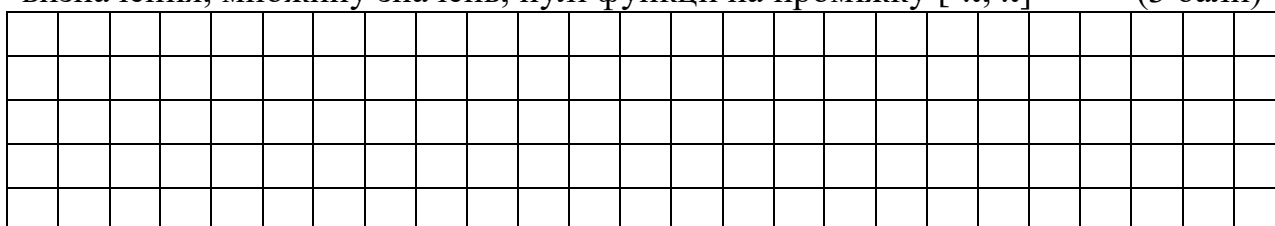
Б)		2) $y = 2 \sin x$
В)		3) $y = 0,5 \cos x$
Г)		4) $y = \operatorname{tg} x $

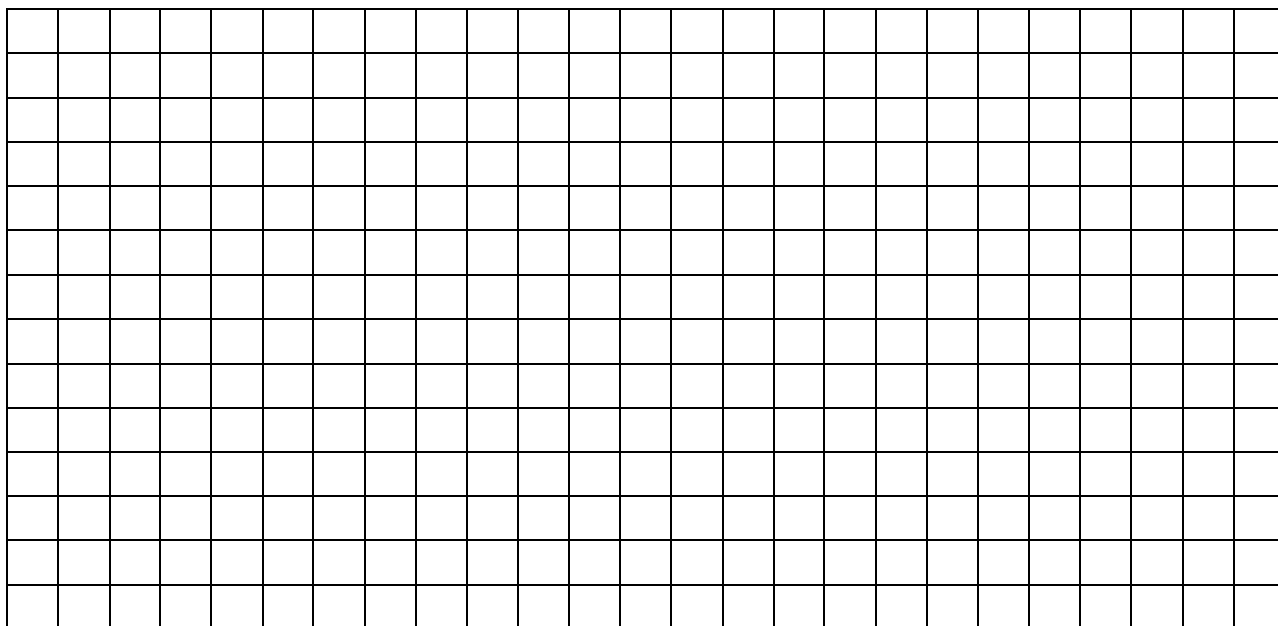
Відповідь: _____

3.1 Побудуйте графік функції $y = 2 \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$ (2 бали)



3.2 Побудуйте графік функції $y = -\sin \left(3x - \frac{\pi}{2} \right)$ та вкажіть область визначення, множину значень, нулі функції на проміжку $[-\pi; \pi]$ (3 бали)





Після виконання практичної роботи здобувачі освіти повинні :

знати: властивості тригонометричних функцій

уміти: будувати графіки тригонометричних функцій

Оцінка _____

Викладач _____