

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 2**Тема: Розв'язання ірраціональних рівнянь та нерівностей**

Мета: узагальнити знання і вміння студентів з теми «Ірраціональні рівняння та нерівності». Розвивати способи і прийоми мислення, індивідуальні здібності студентів, їх пізнавальні інтереси; навички самостійної роботи; розвинути практичні навички розв'язування ірраціональних рівнянь та нерівностей.

Наочність: Методичні вказівки, МК, презентація до теми.

Методичні вказівки до виконання практичної роботи

Рівняння називається **ірраціональним**, якщо змінна входить під знак радикала або змінну піднесено до степеня з дробовим показником.

При виконанні завдань слід скористатись вивченими на заняттях методами розв'язування ірраціональних рівнянь, зокрема здійснити піднесення до степеню чи ввести заміну. Крім цього, необхідно враховувати область допустимих значень змінної, що входить до ірраціонального виразу. Оскільки при піднесенні обох частин рівняння до парного степеню межі області допустимих значень розширюються, для уникнення появи сторонніх коренів слід виконувати перевірку.

Основним методом розв'язування ірраціональних нерівностей є метод зведення вихідної нерівності до рівносильної системи ірраціональних нерівностей.

Приклади:

$$1) \quad \sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = 1$$

Розв'язання:

ОДЗ рівняння задається системою $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$; з якої $x \geq 2$.

$$\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{x-2}$$

Ліва і права частини отриманого рівняння - невід'ємні. Піднесемо до квадрата ліву і праву частини рівняння: $(\sqrt{x+1})^2 = (1 + \sqrt{x-2})^2$

$$x+1 = 1 + 2\sqrt{x-2} + x-2; \quad 2\sqrt{x-2} = 2; \quad \sqrt{x-2} = 1; \quad x-2=1; \quad x=3$$

Оскільки $x = 3$ належить ОДЗ початкового рівняння, то є його єдиним коренем.

Відповідь: $x = 3$.

$$2) \quad \sqrt[4]{x} = 1$$

Рівняння не має розв'язку.

$$3) \quad \sqrt{x^3+8} + \sqrt[4]{x^3+8} = 6$$

ОДЗ: $x \geq -2$

Нехай $\sqrt[4]{x^3+8} = t$, $t \geq 0$. Тоді $t^2 + t - 6 = 0$; $\begin{cases} t = 2 \\ t = -3 \end{cases}$

Враховуючи, що $t \geq 0$, маємо: $t = 2$.

Тоді $\sqrt[4]{x^3+8} = 2$; $x^3 + 8 = 16$; $x = 2$

Приклад розв'язування нерівності:

$$\sqrt[3]{x-2} < -2. \quad \text{ОДЗ: } x \in \mathbb{R}$$

Дана нерівність є рівносильною нерівності: $(\sqrt[3]{x-2})^3 < (-2)^3$;
 $x-2 < -8$;

$x < -6$. Таким чином, розв'язком нерівності буде проміжок $(-\infty; -6)$.

Відповідь: $(-\infty; -6)$.

В повному обсязі теоретичний матеріал подано на сайті у вигляді презентації №2



Хід і послідовність виконання завдань



Варіант 1

Завдання 1.1-1.4 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і запишіть її.

1.1 Вказати рівняння, яке не має коренів: (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[3]{x+1} = -2$	$\sqrt{x+1} = -2$	$\sqrt{x+4} + \sqrt{x} = 2$	$\sqrt{x+1} = 0$	$-\sqrt{x+1} = -\sqrt{x}$

Відповідь: _____

1.2 Сума коренів рівняння $x - 6 = \sqrt{3-x}$ дорівнює: (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
3	5	7	9	рівняння не має коренів

Відповідь: _____

1.3 Вказати проміжок, якому належить більший корінь рівняння $\sqrt[3]{x^2} - 28 = 2$. (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
$(-6; -3)$	$(-3; 0)$	$(0; 3)$	$(3; 7)$	інша відповідь

Відповідь: _____

1.4 Корінь рівняння $\frac{x+1}{\sqrt{2x-1}} = \sqrt{x-1}$ є дільником числа: (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
56	42	33	26	15

Відповідь: _____

Розв'язати рівняння

$$2.1 \quad x^2 + 3x + 2 = 2\sqrt{x^2 + 3x + 5} ;$$

(1 бал)

[illegible]

2.2 $(x^2 - 6x + 5)\sqrt{2x + 8 - x^2} = 0.$

(1,5 балів)

[illegible]

2.3 $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+1}=2$;

(2 бали)

[illegible]

$$2.4 (x - 3)\sqrt{x^2 - 5x - 2} = 2x - 6$$

(2 бали)

[illegible]

Варіант 2

Завдання 1.1-1.4 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку.

1.1 Вказати рівняння, яке не має коренів: (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[5]{x-1}=-2$	$1-\sqrt{x}=0$	$\sqrt{x}+\sqrt{-x}=0$	$\sqrt{x-5}+\sqrt{4-x}=2$	$-\sqrt{2x+1}=-\sqrt{x}$

Відповідь: _____

1.2 Корінь рівняння $\sqrt{x+1} = x-5$ належить проміжку: _____ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
[4;5]	[5;6]	[6;7]	[7;8]	рівняння не має коренів

Відповідь: _____

1.3 Сума коренів рівняння $x-2=\sqrt[3]{x^2-8}$ дорівнює: (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
3	5	7	9	11

Відповідь: _____

1.4 Найбільший дільник кореня рівняння $\sqrt{\sqrt{x^2 - 16} + x} = 2$ дорівнює:
(0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

Відповідь:

Розв'яжіть рівняння:

$$2.1 \sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = 1. \quad (1 \text{ бал})$$
[illegible]

