

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 15

Тема: Застосування векторно–координатного методу до розв’язання геометричних задач

Мета: закріплення знань про вимірювання відстаней і кутів у просторі, про перпендикулярність, про векторно-координатний метод; формування вмінь і навичок розв’язання задач; розвиток розумових здібностей, просторової уяви, вміння аналізувати, здатності до самостійного мислення, пам’ять, уваги

Наочність: таблиця «Взаємо відповідність геометричної, векторної і координатної мов», презентація до теми.

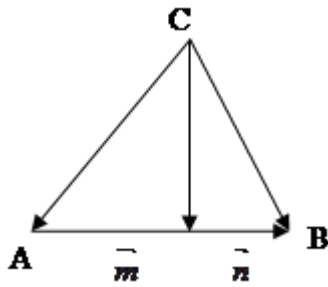
Методичні вказівки до виконання практичної роботи**СХЕМА РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ВЕКТОРНИМ МЕТОДОМ**

1. Перекласти вимогу задачі на векторну мову.
2. Увести прямокутну систему координат або вибрати два неколінеарних вектори на площині як основні (базисні).
3. Знайти координати векторів, визначених на кроці 1, або виразити ці вектори через основні
4. Довести або знайти виділене у п. 1 співвідношення і перекласти результат на геометричну мову.

Геометрична властивість	Вираз властивості «мовою векторів»
Довжина відрізка AB дорівнює a	$ \overline{AB} = a \Leftrightarrow \overline{AB} ^2 = a^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = a^2$
Точки A, B, C належать одній прямій	$\overline{AC} \parallel \overline{AB}$
Прямі AB і CD паралельні	$\overline{AB} \parallel \overline{CD}, A \notin CD$
Прямі AB і CD перпендикулярні	$\overline{AB} \cdot \overline{CD} = 0$
Точка M є серединою відрізка AB	$\overline{AM} = \overline{MB} \Leftrightarrow \overline{OM} = 0,5(\overline{OA} + \overline{OB})$
Точка ділить відрізок у даному відношенні	$\frac{AM}{MB} = \frac{m}{n}, M \in [AB] \Leftrightarrow \overline{OM} = (n\overline{OA} + m\overline{OB}) / (m + n)$
Градусна міра кута дорівнює α	$\angle BAC = \alpha \Leftrightarrow \cos \alpha = (\overline{AB} \cdot \overline{AC}) / (\overline{AB} \cdot \overline{AC})$

Задача 1 . Довести, що коли точка D ділить відрізок AB у відношеннях m :

n , а C – довільна точка площини, то
$$\overline{CD} = \frac{n}{m+n} \overline{CA} + \frac{m}{m+n} \overline{CB}.$$



Доведення: Введемо позначення:

$AD: DB = m: n$; $\overrightarrow{AD} = \vec{m}$; $\overrightarrow{DB} = \vec{n}$.

$$\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{DB} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{m}{n} \overrightarrow{DB}, \text{ але } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA},$$

$$\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}, \text{ тому } \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA} = \frac{m}{n} \overrightarrow{CB} - \frac{m}{n} \overrightarrow{CD}.$$

Звідси $(1 + \frac{m}{n}) \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \frac{m}{n} \overrightarrow{CB}$, і остаточно $\overrightarrow{CD} = \frac{m}{m+n} \overrightarrow{CA} + \frac{n}{m+n} \overrightarrow{CB}$, що і треба було довести.

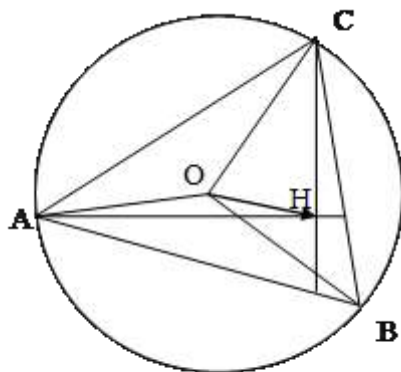
Задача 2. Якщо точки M і N належать відрізкам AB і CD, та $AM: MB =$

$CN: ND = m: n$, то виконується рівність $\overrightarrow{MN} = \frac{n}{m+n} \overrightarrow{AC} + \frac{m}{m+n} \overrightarrow{BD}$.

Доведення: за умовою та за формулою, що була доведена в задачі 1,

$$\text{маємо: } \overrightarrow{MN} = \frac{m}{m+n} \overrightarrow{MD} + \frac{m}{m+n} \overrightarrow{MC} = \frac{m}{m+n} (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD}) + \frac{n}{m+n} (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}) =$$

$\frac{m}{m+n} \overrightarrow{BD} + \frac{n}{m+n} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{m+n} (m \overrightarrow{MB} + n \overrightarrow{MA})$. Вираз $m \overrightarrow{MB} + n \overrightarrow{MA} = \vec{0}$, отже ми довели, що і треба було довести.



В повному обсязі теоретичний матеріал подано на сайті у вигляді презентації №15





Розв'яжіть завдання 1.1-1.3 з коротким поясненням.

(2 бали)

[illegible]

(2 бали)

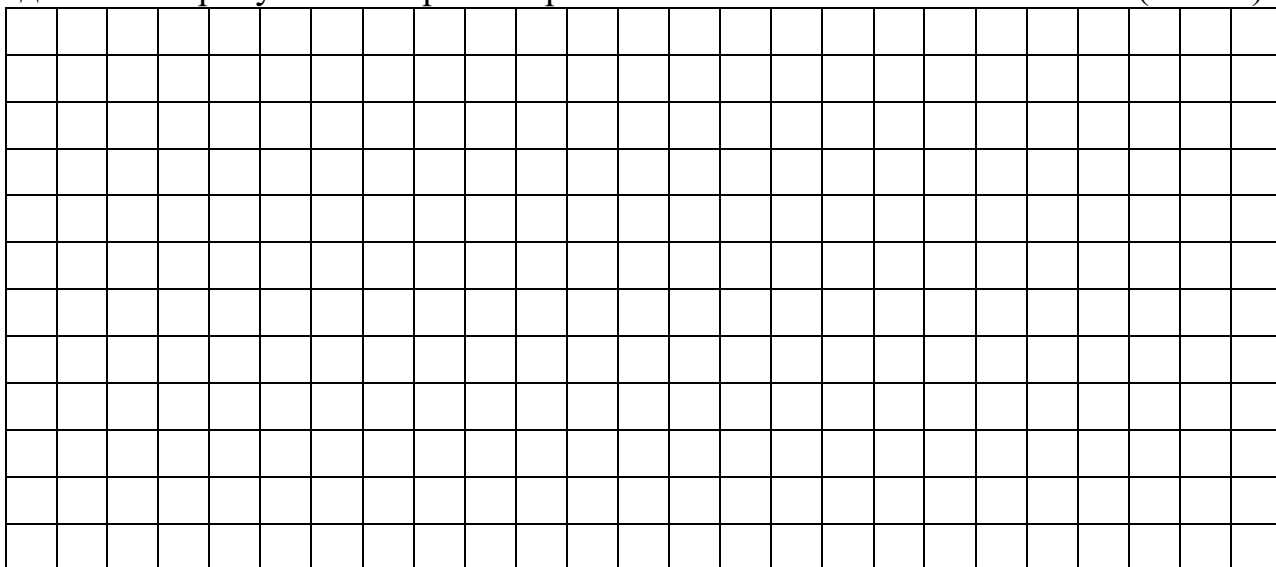
[illegible]

(2 бали)

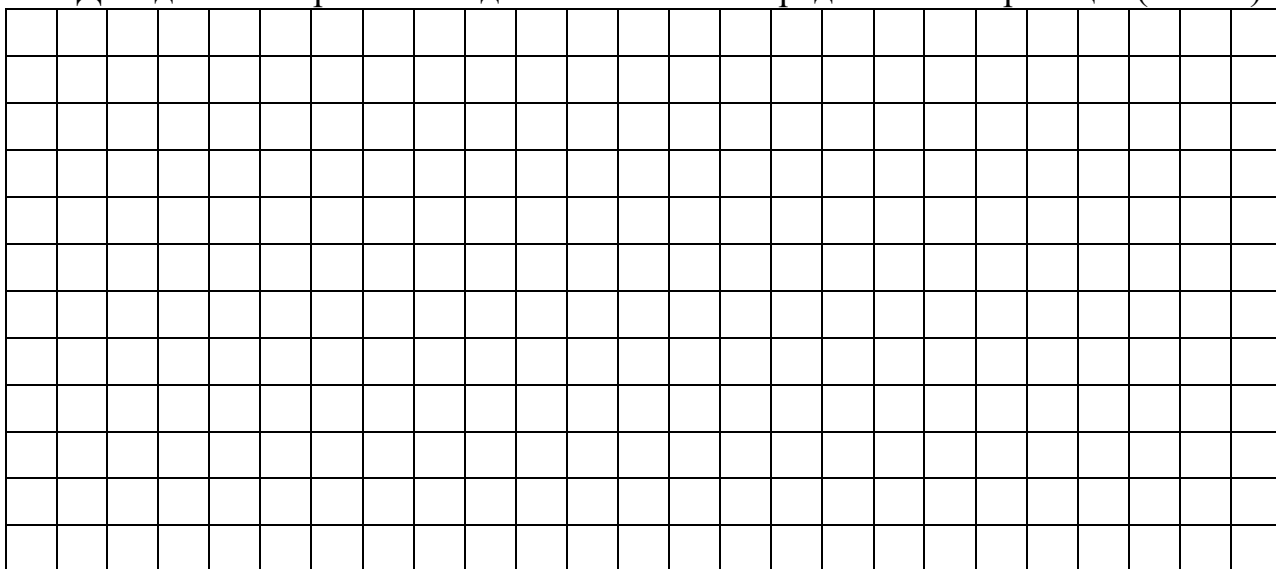
[illegible]

Розв'язання завдань 2.1-2.2 повинно містити обґрунтування та послідовні логічні дії з поясненням.

2.1 Точка перетину відрізків, що сполучають середини протилежних сторін чотирикутника, збігається з точкою перетину його діагоналей. Доведіть, що даний чотирикутник – паралелограм. (3 бали)



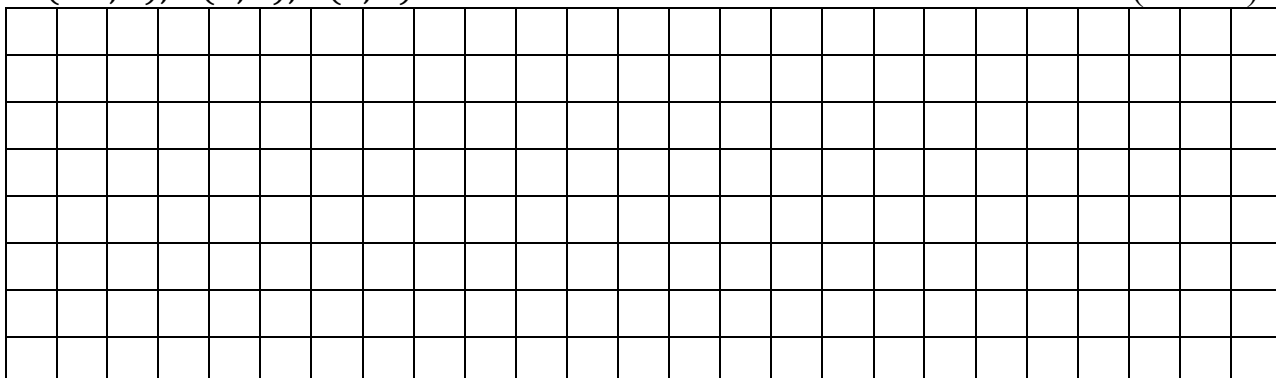
2.2 Доведіть векторним методом властивості середньої лінії трапеції. (3 бали)



Варіант 2

Розв'яжіть завдання 1.1-1.3 з коротким поясненням.

1.2 Знайдіть координати четвертої вершини паралелограма $ABCD$, якщо $A(-2; 1), B(0; 4), C(4; 1)$. (2 бали)



1.2 Доведіть, що точки $A(1; 2)$, $B(2; 4)$, $C(-3; -6)$ лежать на одній прямій.
Доведіть, що точки $A(1; 2)$, $B(2; 4)$, $C(-3; -6)$ лежать на одній прямій.

(2 бали)

[illegible]

1.3 Дано: $\triangle CAB$, $\angle C = 90^\circ$, $CA = a$, $CB = b$, $AB = c$. Довести $c^2 = a^2 + b^2$.

(2 бали)

[illegible]

Розв'язання завдань 2.1-2.2 повинно містити обґрунтування та послідовні логічні дії з поясненням.

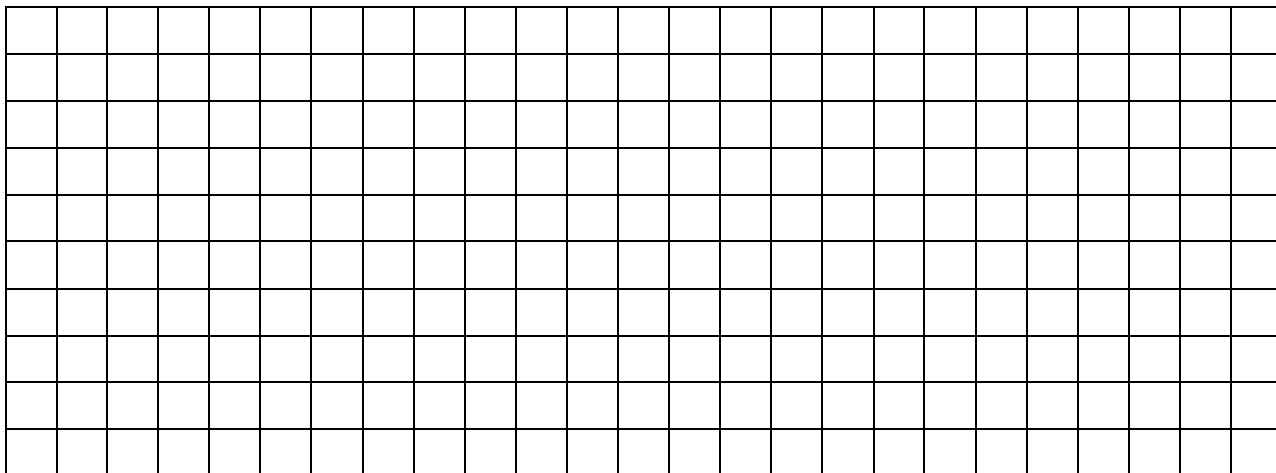
2.1 Обчислити кут між векторами $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$ і $\vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}$, де $\vec{p}$ і $\vec{q}$ – одиничні взаємно перпендикулярні вектори. (3 бали)

(3 бали)

[illegible]

2.2 Довести, що середня лінія трапеції паралельна основам і довжина її дорівнює півсумі довжин основ. (3 бали)

(3 бали)



Після виконання практичної роботи здобувачі освіти повинні :

знати: як вимірюються відстані у просторі, як знаходиться кут між прямою, прямою і площиною, між площинами у просторі; взаємовідповідності геометричної, векторної і координатної мов

уміти: переводити умову задачі на мову векторів; складати векторні рівності; здійснювати поділ відрізка даною точкою в указаному відношенні; доводити перпендикулярність прямих і відрізків; доводити залежності між довжинами відрізків; знаходити величини кутів; застосовувати векторно–координатний метод до розв’язання геометричних задач

Оцінка _____

Викладач _____