

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 13

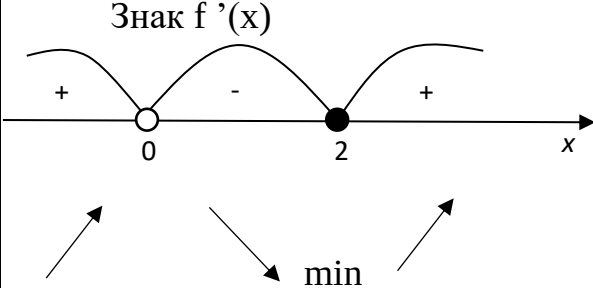
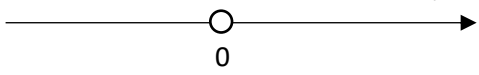
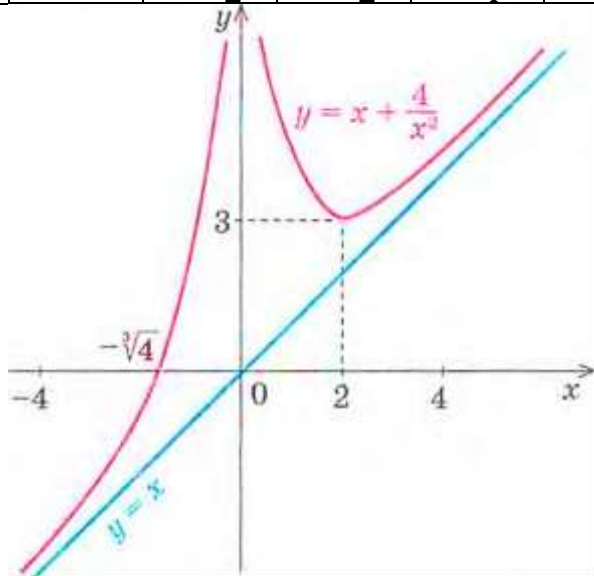
Тема: Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їх графіків

Мета: узагальнити і систематизувати знання про диференціальне числення, закріпити уміння і навички їх застосування для побудови графіків функцій; поглибити та розширити діапазон знань здобувачів освіти з теми; формувати навички та уміння практичного використання набутих теоретичних знань, розвивати логічне мислення при розв'язуванні практичних задач; формувати організаційну, соціально-особистісну, інформаційну, життєтворчу компетентності; виховувати прагнення до знань, інтерес до математики

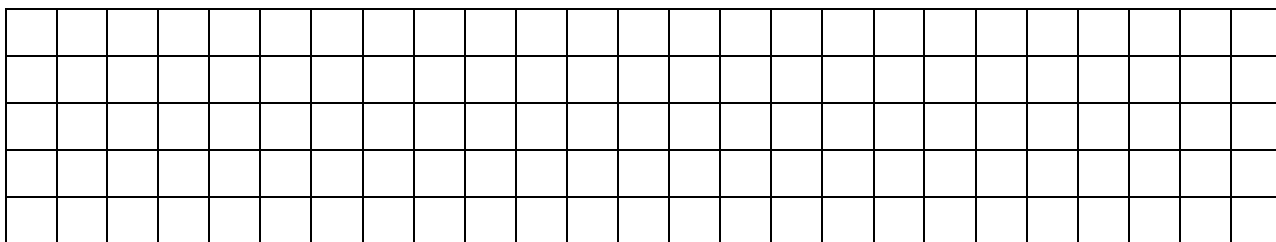
Наочність: таблиця «Застосування похідної до дослідження та побудови графіків функцій», презентація до теми.

Методичні вказівки до виконання практичної роботи**ЗАГАЛЬНА СХЕМА ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЇ ДЛЯ ПОБУДОВИ ЇЇ ГРАФІКА**

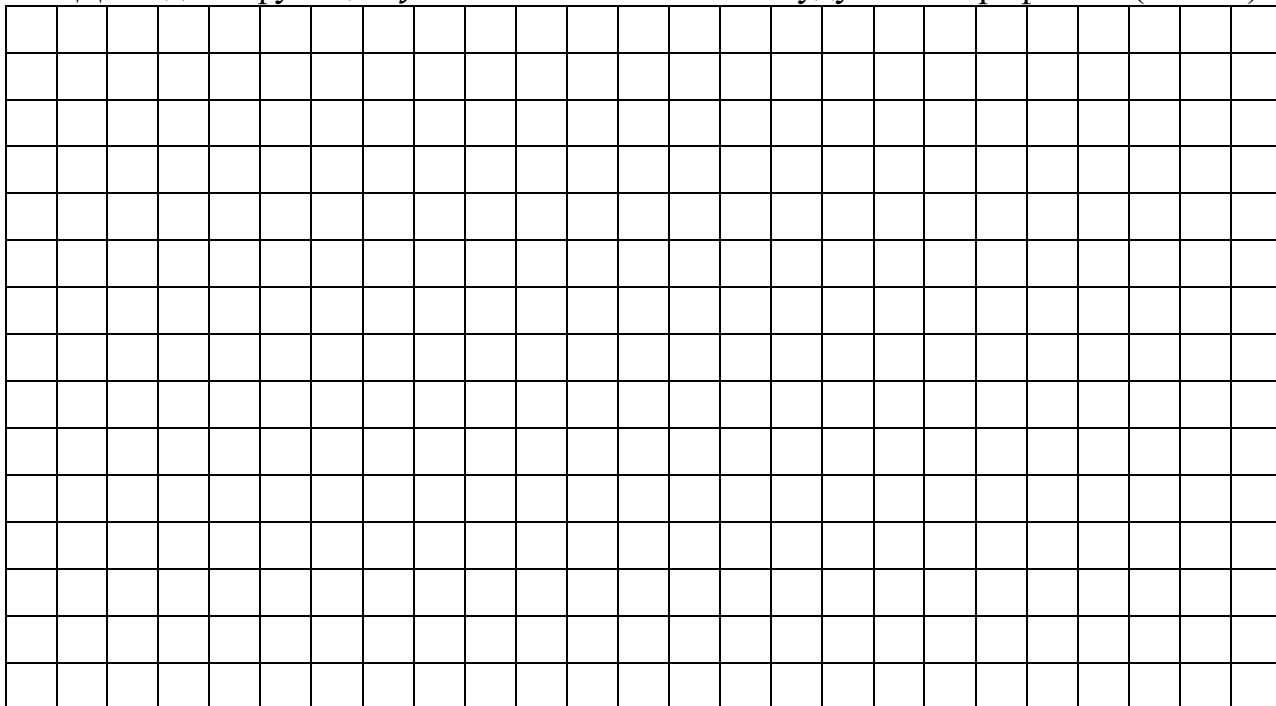
Схема дослідження функції	Приклад: $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$
1. Знайти область визначення функції	1. Область визначення: $x \neq 0$ ($D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$).
2. З'ясувати, чи є функція парною або непарною (чи періодичною)	2. $f(-x) \neq f(x)$ і $f(-x) \neq -f(x)$, отже функція $f(x)$ ні парна, ні непарна.
3. Точки перетину графіка з осями координат (якщо можна знайти)	3. Графік не перетинає вісь Oy ($x \neq 0$). На осі Ox $y = 0$: $x + \frac{4}{x^2} = 0$, $x^3 = -4$, $x = -\sqrt[3]{4} = -1,6$ – абсциса точки перетину графіка з віссю Ox
4. Похідна і критичні точки функції.	4. $f'(x) = x' + \left(\frac{4}{x^2}\right)' = 1 - \frac{8}{x^3}$, Похідна існує на всій області визначення функції $f(x)$ (отже, функція $f(x)$ неперервна в кожній точці своєї області визначення). $f'(x) = 0$; $1 - \frac{8}{x^3} = 0$ При $x \neq 0$ маємо: $x^3 = 8$; $x = 2$ – критична точка.
5. Проміжки зростання і спадання функції та точки екстремуму (і значення функції в цих точках).	5. Позначимо критичні точки на області визначення і знайдемо знак похідної та характер поведінки функції на кожному з інтервалів, на які розбивається область визначення.

	Знак $f'(x)$  Поведінка $f(x)$ Отже, функція зростає на кожному з проміжків $(-\infty; 0)$ та $[2; +\infty)$ і спадає на проміжку $(0; 2]$. Оскільки в критичній точці 2 похідна змінює знак з «-» на «+», то $x = 2$ - точка мінімуму: $x_{min} = 2$. Тоді $y_{min} = f(2) = 3$										
6. Поведінка функції на кінцях проміжків області визначення (цей етап не входить до мінімальної схеми дослідження функції). Асимптоти: $y = kx + b$, де $k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - kx)$	6. $-\infty$ $+\infty$  При $x \rightarrow 0$ справа (і при $x \rightarrow 0$ зліва) $f(x) = x + \frac{4}{x^2} \rightarrow \left(\frac{4}{+0}\right) \rightarrow +\infty$ При $x \rightarrow -\infty$ (і при $x \rightarrow +\infty$) значення $\frac{4}{x^2} \rightarrow 0$, тоді $f(x) \rightarrow x$ [$y = x$] (тобто при $x \rightarrow -\infty$, $f(x) \rightarrow -\infty$ і при $x \rightarrow +\infty$, $f(x) \rightarrow +\infty$).										
7. Якщо необхідно, знайти координати додаткових точок, щоб уточнити поведінку графіка функції	7. <table><tr><td>x</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>4</td><td>-4</td></tr><tr><td>y</td><td>$16\frac{1}{2}$</td><td>$15\frac{1}{2}$</td><td>$4\frac{1}{4}$</td><td>$-3\frac{3}{4}$</td></tr></table>	x	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	4	-4	y	$16\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$-3\frac{3}{4}$
x	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	4	-4							
y	$16\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$-3\frac{3}{4}$							
8. На підставі проведеного дослідження побудувати графік функції											

[illegible]



2.2 Дослідити функцію $y = \sin 2x + 2 \sin x$ і побудувати її графік (3 бали)

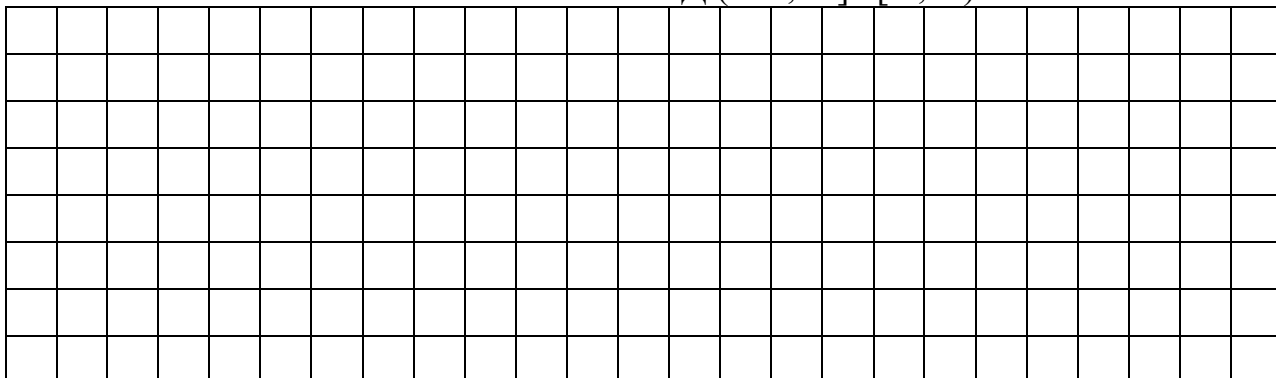


Варіант 2

У завданнях 1.1-1.3 встановіть відповідності(до кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ доберіть один рядок, позначений БУКВОЮ).

1.1 Встановити відповідність між похідними $f'(x)$ функцій та проміжками зростання відповідних їм функцій $f(x)$: (2 бали)

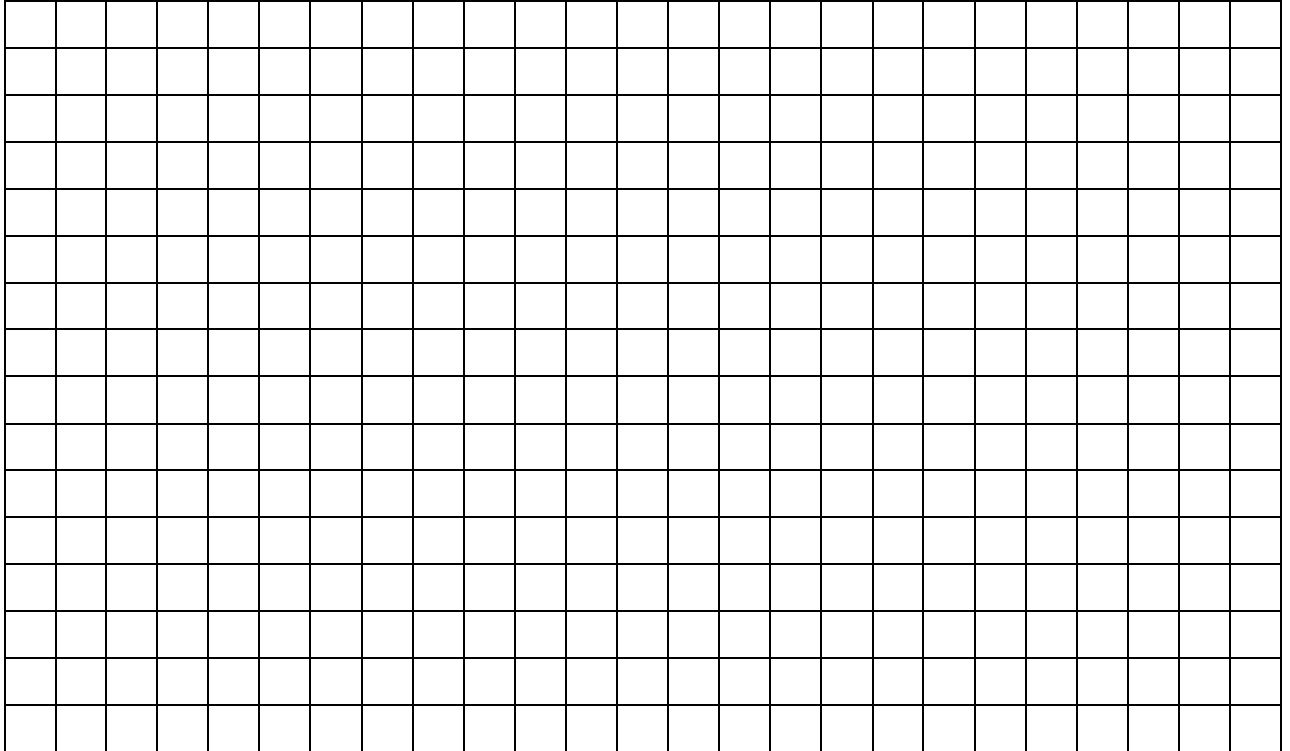
- | | | |
|----|----------------------------|---------------------------------------|
| 1. | $f'(x) = (x - 5)(x + 7)$ | А $[- 5; \infty)$ |
| 2. | $f'(x) = (5 - x)(x + 7)$ | Б $[- 7; 5]$ |
| 3. | $f'(x) = (x - 5)^2(x - 7)$ | В $(- \infty; - 7] \cup [5; \infty)$ |
| 4. | $f'(x) = (x + 5)(x + 7)^2$ | Г $[7; \infty)$ |
| | | Д $(- \infty; - 5] \cup [7; \infty)$ |



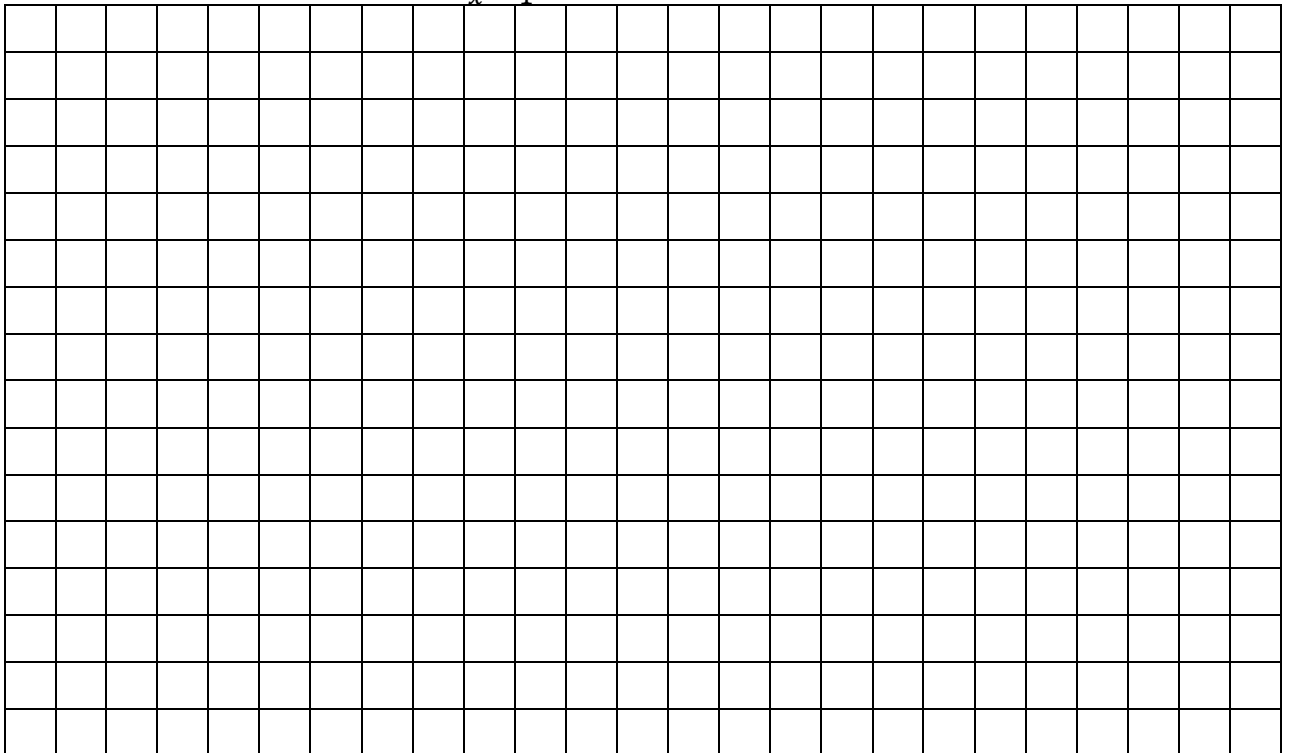
Відповідь: _____

Розв'язання завдань 2.1-2.2 повинно містити обґрунтування та послідовні логічні дії з поясненням.

2.1 Дослідити функцію $y = 2|x| - x^2$ і побудувати її графік (3 бали)



2.2 Дослідити функцію $y = \frac{x^2-3}{x^2-1}$ і побудувати її графік (3 бали)





Після виконання практичної роботи здобувачі освіти повинні :

знати: правила диференціювання, достатні умови зростання і спадання функції, умови екстремуму функції, похідні основних елементарних функцій, застосування похідної до дослідження функцій та побудови графіків: зростання, спадання функції; екстремуми функції

уміти: знаходити похідні функцій, користуючись таблицею похідних і правилами диференціювання, застосовувати похідну для знаходження проміжків монотонності і екстремумів функції.

Оцінка _____

Викладач _____