

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 12

### Тема: Диференціювання числових функцій

**Мета:** систематизувати, узагальнити знання про операцію диференціювання, правила диференціювання, формули похідних елементарних та складених функцій; розвивати вміння аналізувати, порівнювати; формувати вміння критично оцінювати інформацію; виховувати самостійність, прагнення до пізнання

**Наочність:** таблиці «Правила диференціювання», «Похідні елементарних функцій», презентація до теми.

### Методичні вказівки до виконання практичної роботи

**Похідна** — основне поняття диференціального числення, що характеризує швидкість зміни функції. Визначається як границя відношення приросту функції до приросту її аргументу коли приріст аргументу прямує до нуля (якщо така границя існує). Функцію, що має скінченну похідну, називають диференційовною.

Процес знаходження похідної функції називається **диференціюванням**

**Приклад 1.** Знайти похідну від функції  $y = x^3 + x^2 + 4x + 1$  у точці  $x_0 = 0$ . Знаходимо приріст  $\Delta y$  у точці  $x_0 = 0$ ;  $\Delta y = \Delta x^3 + \Delta x^2 + 4\Delta x$ , тоді

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta x^3 + \Delta x^2 + 4\Delta x}{\Delta x} = \Delta x^2 + \Delta x + 4.$$

Обчислимо границю:  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x^2 + \Delta x + 4) = 4$ . Отже, похідна від функції  $y = x^3 + x^2 + 4x + 1$  у точці  $x_0 = 0$  існує і дорівнює 4, тобто  $f'(x) = 4$ .

**Приклад 2.** Знайти похідну функції:

а)  $f(x) = x^5$ ;  $f'(x) = 5x^4$

б)  $f(x) = x + 1$ ;  $f'(x) = (x + 1)' = x' + 1' = 1 + 0 = 1$

в)  $f(x) = x^2 + x + 1$ ;  $f'(x) = 2x + 1$

г)  $f(x) = \sqrt{x} + x^2 + 3$ ;  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 2x$

д)  $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$ ;  $f'(x) = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}} = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

**Приклад 3.** Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції  $y = f(x)$  в точці  $x_0$ , якщо:

а)  $f(x) = x^2$ ,  $x_0 = 3$ ;

б)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x_0 = -1$ ;

в)  $f(x) = x$ ;  $x_0 = 8$

г)  $f(x) = \sqrt{x}$ ;  $x_0 = \frac{1}{4}$

- а)  $k = \operatorname{tg} \varphi = f'(x_0)$ ;  $f'(x) = (x^2)' = 2x$ ;  $f'(x_0) = 2x_0 = 2 \cdot 3 = 6$
- б)  $k = \operatorname{tg} \varphi = f'(x_0)$ ;  $f'(x) = \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ ;  $f'(x_0) = -\frac{1}{x_0^2} = -\frac{1}{(-1)^2} = -1$
- в)  $k = \operatorname{tg} \varphi = f'(x_0)$ ;  $f'(x) = (x)' = 1$ ;  $f'(x_0) = 1$
- г)  $k = \operatorname{tg} \varphi = f'(x_0)$ ;  $f'(x) = (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ;  $f'(x_0) = \frac{1}{2\sqrt{x_0}} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} = 1$

В повному обсязі теоретичний матеріал подано на сайті у вигляді презентації №12



Хід і послідовність виконання завдань



### Варіант 1

Завдання 1.1-1.8 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і запишіть її.

1.1. Знайти похідну функції  $f(x) = (3x+2)^4$  (0,5 балів)

| А                    | Б                             | В                   | Г                   | Д              |
|----------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|----------------|
| $f'(x) = 12(3x+2)^3$ | $f'(x) = \frac{(3x+2)^5}{15}$ | $f'(x) = 4(3x+2)^3$ | $f'(x) = 7(3x+2)^3$ | інша відповідь |

Відповідь: \_\_\_\_\_

1.2 В чому полягає фізичний зміст похідної першого порядку? (0,5 балів)

| А                               | Б                                 | В                                   | Г                               | Д              |
|---------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|----------------|
| миттєва швидкість зміни функції | миттєве прискорення зміни функції | максимальна швидкість зміни функції | середня швидкість зміни функції | інша відповідь |

Відповідь: \_\_\_\_\_

1.3 Знайти похідну функції  $y = e^x + \lg x$  (0,5 балів)

| А                               | Б                        | В              | Г                  | Д              |
|---------------------------------|--------------------------|----------------|--------------------|----------------|
| $y' = e^x + \frac{1}{x \ln 10}$ | $y' = e^x + \frac{1}{x}$ | $y' = e^x + x$ | $y' = e^x + \ln x$ | інша відповідь |

Відповідь: \_\_\_\_\_

1.4 Знайти похідну функції  $f(x) = \frac{1}{2}x^6 + 2x^3$  (0,5 балів)

| А                     | Б                     | В                     | Г                     | Д              |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------|
| $f'(x) = 4x^5 + 5x^2$ | $f'(x) = 4x^5 + 6x^2$ | $f'(x) = 3x^5 + 6x^2$ | $f'(x) = 3x^5 + 5x^2$ | інша відповідь |



3.1 Знайти похідну функції  $y = tg^3 \frac{x^2+3x-1}{5}$

(3 бали)

[illegible]

3.2 Із тотожності  $1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$ ,  $x \neq 1$  знайти формулу для суми  $1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}$ . (3 бали)

[illegible]

## Варіант 2

Завдання 1.1-1.8 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і запишіть її.

### 1.1 Знайти похідну функції: $y = 4\ln x - 2$

(0,5 балів)

|           |                          |                      |                    |                   |
|-----------|--------------------------|----------------------|--------------------|-------------------|
| А         | Б                        | В                    | Г                  | Д                 |
| $y' = 2x$ | $y' = \frac{4}{x \ln 2}$ | $y' = \frac{1}{x^4}$ | $y' = \frac{4}{x}$ | інша<br>відповідь |

**Відповідь:**

1.2 Знайти похідну функції:  $y = 3x^2$

(0,5 балів)

|         |          |         |         |                |
|---------|----------|---------|---------|----------------|
| А       | Б        | В       | Г       | Д              |
| $y'=2x$ | $y'=x^2$ | $y'=3x$ | $y'=6x$ | інша відповідь |

**Відповідь:**

1.3 В чому полягає геометричний зміст похідної першого порядку?

(0,5 балів)

|   |                                                                                                                                                                                                   |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| А | миттєва швидкість зміни функції                                                                                                                                                                   |
| Б | значення похідної $y' = f'(x_0)$ у точці $x_0$ визначає кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = f(x)$ в точці $M(x_0, y_0)$ , тобто $y'(x_0) = \operatorname{tg} \square$ |
| В | значення похідної $y' = f'(y_0)$ у точці $y_0$ визначає кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = f(x)$ в точці $M(x_0, y_0)$ , тобто $y'(y_0) = \operatorname{tg} \square$ |
| Г | прискорення функції                                                                                                                                                                               |
| Д | інша відповідь                                                                                                                                                                                    |

Відповідь: \_\_\_\_\_

1.4 Знайти похідну функції:  $y = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$

(0,5 балів)

|                                                |                                                   |                                                |                                                   |                |
|------------------------------------------------|---------------------------------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------------------|----------------|
| А                                              | Б                                                 | В                                              | Г                                                 | Д              |
| $y' = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}$ | $y' = \operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x$ | $y' = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$ | $y' = \operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x$ | інша відповідь |

Відповідь: \_\_\_\_\_

1.5 Знайти похідну функції:  $y = x^5$

(0,5 балів)

|             |             |             |             |                |
|-------------|-------------|-------------|-------------|----------------|
| А           | Б           | В           | Г           | Д              |
| $y' = 4x^5$ | $y' = 5x^4$ | $y' = 5x^6$ | $y' = 6x^4$ | інша відповідь |

Відповідь: \_\_\_\_\_

1.6 Знайти похідну функції:  $y = \sqrt{x} - x$

(0,5 балів)

|                            |                 |                            |                                |                |
|----------------------------|-----------------|----------------------------|--------------------------------|----------------|
| А                          | Б               | В                          | Г                              | Д              |
| $y' = \frac{x}{2\sqrt{x}}$ | $y' = \sqrt{x}$ | $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$ | інша відповідь |

Відповідь: \_\_\_\_\_

1.7 Якщо похідна функції  $y=f(x)$  у точці  $x$  існує, то функція називається?

(0,5 балів)

|                               |                             |                        |                         |                |
|-------------------------------|-----------------------------|------------------------|-------------------------|----------------|
| А                             | Б                           | В                      | Г                       | Д              |
| недиференційовною в цій точці | диференційовною в цій точці | монотонною в цій точці | неперервною в цій точці | інша відповідь |

1.8 Знайти похідну функції  $y = 7 + 2e^x$

(0,5 балів)



