

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 11

ТЕМА: РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПОКАЗНИКОВИХ ТА ЛОГАРИФМІЧНИХ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ

Мета: систематизувати, узагальнити знання про показникову і логарифмічну функції; формувати вміння і навички розв'язування показникових і логарифмічних рівнянь та нерівностей; розвивати розумові здібності, здатність до самостійного мислення, пам'ять, увагу.

Наочність: таблиці з методами розв'язування показникових, логарифмічних рівнянь і нерівностей, презентація до теми.

Методичні вказівки до виконання практичної роботи

Рівняння (нерівності) в яких невідоме входить до показника степеня називається **показниковими**.

Найпростіші показникові рівняння і нерівності: $a^x = b$; $a^x > b$; $a^x < b$; $a > 0$; $a \neq 1$; $b > 0$.

Логарифмічними називають рівняння, які містять змінну під знаком логарифма.

Найпростіше логарифмічне рівняння має вигляд:

$$\log_a x = b, \text{ де } a > 0, a \neq 1, x > 0.$$

Приклад 1: $3^x = 3^2$.

Навіть без всяких теорій, по простому підбору ясно, що $x = 2$.

Ніяке інше значення x не підходить. Що ми зробили? Ми, фактично, просто викинули однакові основи (трійки).

Якщо ліва й права частини показникового рівняння містять тільки добутки, частки, корені або степені, то доцільно за допомогою основних формул спробувати записати обидві частини рівняння як степені з однією основою

Проте запам'ятаєте: прибирати основи можна тільки тоді, коли ліворуч і справа числа-основи знаходяться в гордій самотності, без всяких сусідів і коефіцієнтів.

Приклад 2: $2^{2x} - 8^{x+1} = 0$.

Перший погляд на основи. Вони різні. Два і вісім. Самий час згадати, що $8 = 2^3$.

Двійка і вісімка – родичі по мірі. Цілком можна записати: $8^{x+1} = (2^3)^{x+1}$.

Якщо згадати формулу з дій з степенями: $(a^n)^m = a^{nm}$, то виходить: $8^{x+1} = (2^3)^{x+1} = 2^{3(x+1)}$.

Початковий приклад став виглядати так: $2^{2x} - 2^{3(x+1)} = 0$.

Перенесемо $2^{3(x+1)}$ управо, отримуємо: $2^{2x} = 2^{3(x+1)}$.

Прибираємо основи: $2x = 3(x+1)$, $x = -3$.

Приклад 3: Розв'яжіть нерівність $\frac{2}{1+\lg x} \geq 1$.

Розв'язання

Нехай $\lg x = y$, тоді матимемо нерівність

$$\frac{2}{1+y} \geq 1; y \neq -1; \frac{2}{1+y} - 1 \geq 0; \frac{2-1-y}{1+y} \geq 0; \frac{1-y}{1+y} \geq 0.$$

Розв'яжемо отриману нерівність методом інтервалів та отримаємо: $y \in (-1; 1]$.
Ураховуючи заміну, одержимо $-1 < \lg x \leq 1$.

$$\text{Тоді } \begin{cases} \lg x \leq 1, \\ \lg x > -1; \end{cases} \begin{cases} \lg x \leq \lg 10, \\ \lg x > \lg 0,1; \end{cases} \begin{cases} x \leq 10, \\ x > 0,1, \end{cases}$$

Отже, $x \in (0,1; 10]$.

В повному обсязі теоретичний матеріал подано на сайті у вигляді презентації №11



Хід і послідовність виконання завдань



Варіант 1

Завдання 1.1-1.8 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і запишіть її.

1.1. Розв'язати рівняння $2^{2x} = 512$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
3	-5	4,5	$\log_2 512$	$\sqrt{512}$

Відповідь: _____

1.2 Розв'язати рівняння та знайти суму їх коренів: $3^{2x-1} = 81$ і $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 32$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
-2	9	7	5,6	-3,5

Відповідь: _____

1.3 Знайти множину розв'язків нерівності: $4^x > 3$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
R	$(-\infty; \log_4 3)$	$(-\infty; \log_3 4)$	$(\log_4 3; +\infty)$	$(\log_3 4; +\infty)$

Відповідь: _____

1.4 Розв'язати нерівність: $\left(\frac{2}{3}\right)^x \geq \sqrt[4]{1,5}$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
$\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right]$	$\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$	R	$\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$	$\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$

Відповідь: _____

1.5 Розв'язати рівняння: $2 \log_6(2 + x) + \log_6(9 - 6x + x^2) = 2$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
1; 4	0; 1	0; 1; 4	-2; 1	1; -3; 4

Відповідь: _____

1.6 Указати рівняння рівносильне рівнянню: $2 \lg x^2 - \lg^2(-x) = 4$ (0,5 балів)

А	$5 \lg(-x) = 4$
Б	$3 \lg(-x) = 4$
В	$\lg^2 x - 4 \lg x + 4 = 0$
Г	$\lg^2(-x) - 4 \lg(-x) + 4 = 0$
Д	$\lg^2(-x) - 4 \lg(-x) - 4 = 0$

Відповідь: _____

1.7 Розв'язати нерівність: $|\log_3 x| \geq 1$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
$\left[\frac{1}{3}; 3\right]$	$[3; +\infty)$	$(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup [3; +\infty)$	$(0; \frac{1}{3}] \cup [3; +\infty)$	$(-\frac{1}{3}; 0) \cup [3; +\infty)$

Відповідь: _____

1.8 Розв'язати нерівність: $\log_2(x^2 - 9x + 8) < 3$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
$(0; 1)$	$(8; 9)$	$[0; 1]$	$(0; 1) \cup (8; 9)$	$[8; 9]$

Відповідь: _____

2.1 Встановити відповідність між нерівностями (1-4) та множинами їх розв'язків: (2 бали)

1	$\log_{0,5} x < 0$	А	$(-\infty; -1)$
2	$\log_{0,5} x > 0$	Б	$(-\infty; 1)$
3	$\log_{0,5}(-x) < 0$	В	$(1; +\infty)$
4	$\log_{0,5}(-x) > 0$	Г	$(-1; 0)$
		Д	$(1; 0)$

Відповідь: _____

2.2 Встановити відповідність між рівняннями (1-4) та сумою їх коренів (А-Д). (2 бали)

1	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-x} - 8\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} + 16 = 0$	А	2
---	---	---	---

Завдання 1.1-1.8 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і запишіть її.

1.1 Розв'язати рівняння та вказати інтервал, який містить їх корені $2^{x+2} = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ та $4^{3x+1} = 8^{-2x-1}$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
$(-3; -2)$	$(-2; -1)$	$(0; 1)$	$(1; 2)$	$(-1; 0)$

Відповідь: _____

1.2 Розв'язати рівняння та вказати їх спільні корені: $7^x - 7^{x-1} = 6$ та $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-1} = 1$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
1	-2 і 2	0 і 1	1; -1; 0	1; -1

Відповідь: _____

1.3 Розв'язати нерівність: $3^{|x|+2} < 81$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
$x > 2$	R	$-2 \leq x < 2$	$-2 < x < 2$	$x < -2$

Відповідь: _____

1.4 Запишіть множину розв'язків нерівності: $25^{-x} + 5^{-x+1} \geq 50$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
R	$(-\infty; -1)$	$(1; +\infty)$	$(-1; +\infty)$	$(-\infty; -1]$

Відповідь: _____

1.5 Розв'язати рівняння: $\log_2(2x + 1) = \log_2(9x + 17) - \log_2(x + 5)$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
-3	2	2; -3	$-1\frac{5}{6}$	-2

Відповідь: _____

1.6 Розв'язати рівняння: $\lg \lg \lg x = 0$ (0,5 балів)

А	Б	В	Г	Д
1000	1	10^{10}	10	100

Відповідь: _____

1.7 Розв'язати нерівність: $2\lg x > \lg(4x + 21)$ (0,5 балів)

3.2 Розв'язати нерівність $\log_{x-3}(x^2 - 4x + 3) < 0$

(2 бали)



Після виконання практичної роботи здобувачі освіти повинні :

знати: означення показникового рівняння та нерівності, логаримнічного рівняння та нерівності; способи розв'язування показникових і логарифмічних рівнянь та нервностей

уміти: розв'язувати показникові та логарифмічні рівняння та нерівності

Оцінка _____

Викладач _____