

Тема 6. Основні елементар функції, їх властивості та графіки. Перетворення графіків функцій

Мета: повторити основні елементарні функції які вивчались раніше, їх властивості, графіки

Кількість годин: 2

Вид контролю: письмове опитування

Між предметні зв'язки: бухгалтерський облік, інформаційні системи в туризмі

Рекомендована література:

1. Вища математика для економістів. Конспект лекцій (І курс) / Уклад.: Ю. П. Буценко, О. О. Диховичний, О. А. Тимошенко. — К: НТУУ «КПІ», 2014. — 256 с.
2. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / В.П Дубовик., П. Юрик. - 4-те вид. - К. : Ігнатекс-Україна., 2013. - 648 с: іл. - (Вища школа). - Бібліогр.: с. 632-633.
3. Математика для економістів. Елементи лінійної алгебри: Методичні вказівки та завдання для типових розрахунків / Уклад.: В.М. Долгих, О.М. Назаренко. — Суми: УАБС НБУ, 2005. — 38 с.
4. Мельниченко О.П., Ревіцька У.С. Вища математика: Збірник задач та методичні рекомендації для проведення практичних занять та самостійної роботи студентів денної форми навчання економічних спеціальностей. — Біла Церква.— 2010.— 83с.

План вивчення:

1. Написати стислий конспект (вказати номер, тему самостійної роботи) за наступним планом:
 - 1) Функція. Способи задання функції.
 - 2) Елементарні функції, їх властивості і графіки.
 - 3) Перетворення графіків функцій.
2. Знати:
 - ✓ означення функції;
 - ✓ способи задання функції;

- ✓ властивості елементарних функцій;
 - ✓ лінійно залежних і лінійно незалежних векторів;
 - ✓ алгоритм розкладу вектора за базисом;
 - ✓ формулу для обчислення проекції на вісь.
3. Вміти будувати графіки основних елементарних функцій.
 4. Розглянути приклади.

Завдання для самоперевірки:

- 1) Користуючись графіком функції $y = x^2$, побудувати графік функції $y = (x+1)^2 + 1$
- 2) Перерахуйте властивості побудованого в першому пункті графіка.

Тема 6. Основні елементарні функції, їх властивості та графіки, перетворення графіків функції.

Функція.

Функція – залежність між двома множинами при якій, кожному елементу однієї множини відповідає єдиний елемент іншої множини.

$$y = f(x)$$

x – аргумент

y – функція

Способи задання функції

- 1) Аналітичний – за допомогою формул;
- 2) Графічний – за допомогою графіків;
- 3) Табличний – за допомогою таблиць.

Елементарні функції

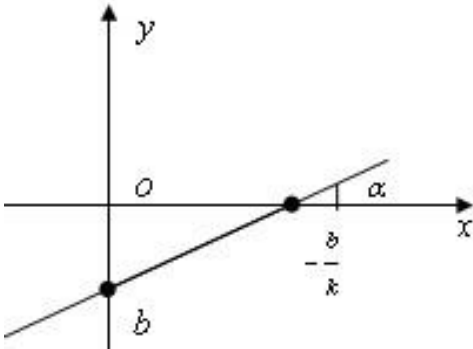
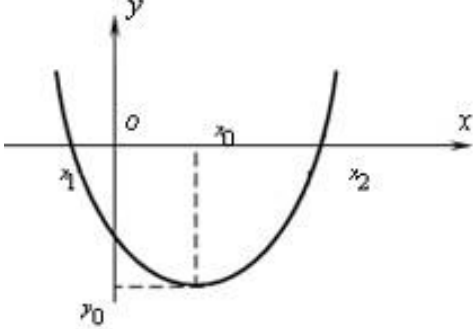
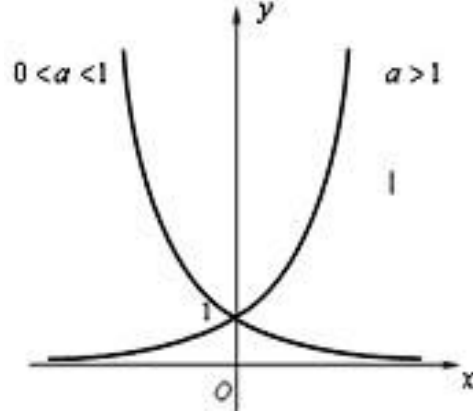
Елементарні функції — клас функцій, що містить в собі степеневі функції, многочлени, показникові функції, логарифмічні функції, тригонометричні функції, зворотні тригонометричні функції, а також функції, що отримуються із перелічених вище за допомогою чотирьох арифметичних операцій (додавання, віднімання, множення, ділення) та композиції, застосованих скінченну кількість разів.

Наприклад, раціональні функції є відношеннями многочленів, тому вони належать до елементарних функцій. Так само, неважко переконатися, що до елементарних функцій належать гіперболічні та зворотні гіперболічні функції.

Властивості

Будь-яка елементарна функція є неперервною і диференційовною у своїй області визначення. Похідна елементарної функції також є елементарною функцією. З іншого боку, зворотна функція та первісна елементарної функції може не бути елементарною функцією.

Основні елементарні функції

	Лінійна функція має вид $y = kx + b$ і її графіком є пряма лінія. Функція ні парна, ні непарна. Число a називають кутовим коефіцієнтом прямої.
	Квадратична функція має вид $y = ax^2 + bx + c$. Її графіком є парабола з вершиною в точці з координатами: $x_0 = -\frac{b}{2a}; \quad y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c.$
	Показникова функція має вид $y = a^x$, де $a > 0$. При $a > 1$ функція зростаюча, а при $a < 1$ - спадна.

Графічний спосіб задання функції. Приклад

Маючи графік функції, можна знаходити їх значення за відомим значенням аргументу і навпаки: знаходити значення аргументу за відомим значенням функції.

Розглянемо, наприклад, функцію.

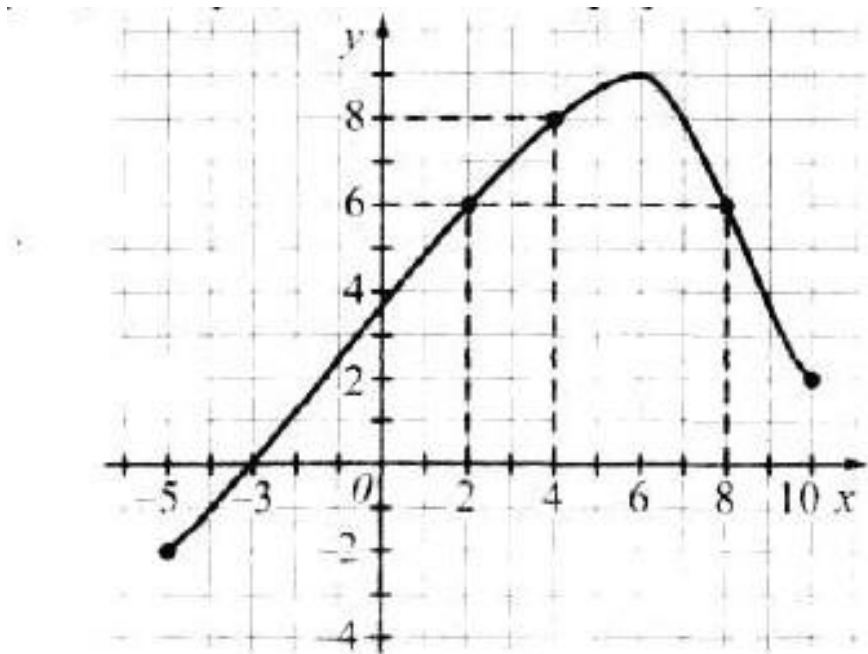


Рис. 6

Знайдемо за допомогою графіка значення функції, якщо $x=4$. Для цього через точку осі x з абсцисою 4 проведемо пряму, паралельну осі y . Точка її перетину із графіком функції має координати $(4;8)$. Отже, якщо $x=4$, то значення функції дорівнює 8. Знайдемо за допомогою цього ж графіка значення аргументу, для яких значення функції дорівнює 6. Для цього через точку осі y з ординатою 6 проведемо пряму, паралельну осі x . Одержимо дві точки її перетину із графіком функції: $(2;6)$ і $(8;6)$. Отже, функція набуває значення 6, якщо $x=2$ або $x=8$.

Дивлячись на графік, можна відмітити деякі властивості функції, заданої цим графіком.

- 1). Область визначення функції утворюють усі значення x , що задовольняють нерівності $-5 \leq x \leq 10$.
- 2). найбільше значення функції дорівнює 9 (цього значення функція набуває,

якщо $x=6$).

3). Найменше значення функції дорівнює -2 (цього значення функція набуває, якщо $x=-5$).

4). Область значень функції утворюють усі значення y , що задовольняють нерівності $-2 \leq y \leq 9$.

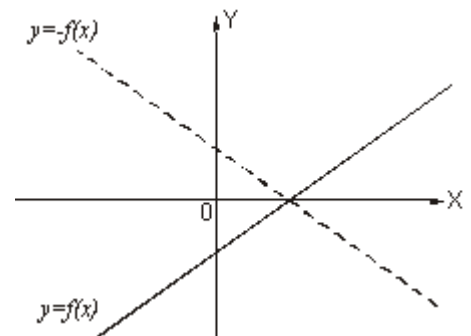
5). Значення функції дорівнює нулю, якщо $x=-3$. Ті значення аргументу, для яких значення функції дорівнює нулю, називають *нулями* функції. Отже, значення $x=-3$ є нулем даної функції.

6). Функція набуває додатних значень, якщо $-3 < x \leq 10$; від'ємних значень - якщо $-5 \leq x < -3$.

Перетворення графіків функції

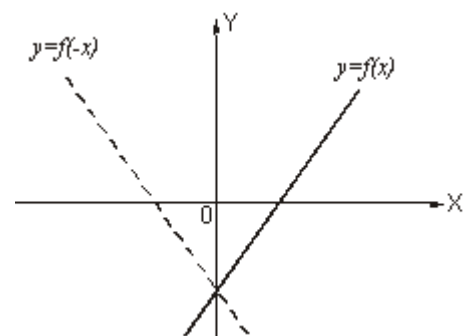
1. Графік функції $y = -f(x)$ симетричний графіку функції $y = f(x)$ відносно осі Ox .

При цьому точки перетину графіка з віссю Ox залишаються незмінними.

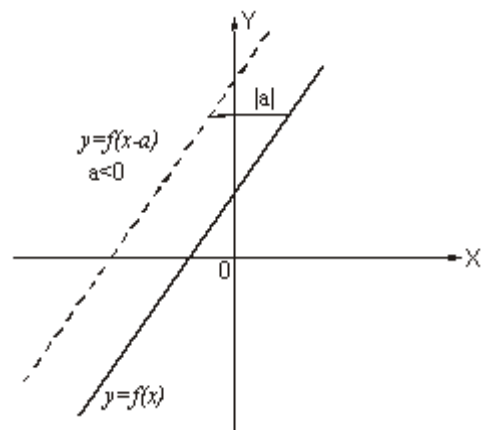
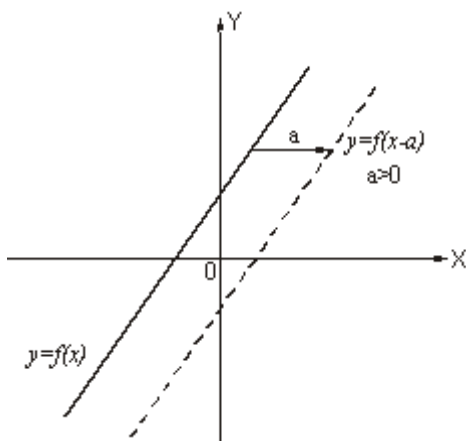


2. Графік функції $y = f(-x)$ симетричний графіку функції $y = f(x)$ відносно осі Oy .

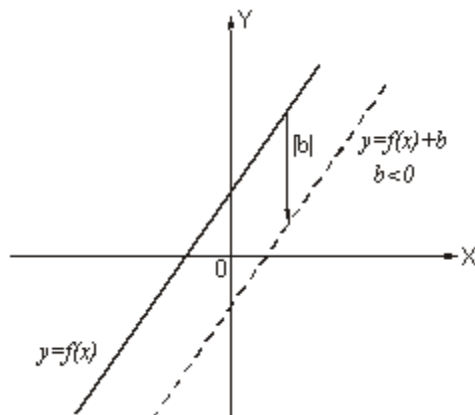
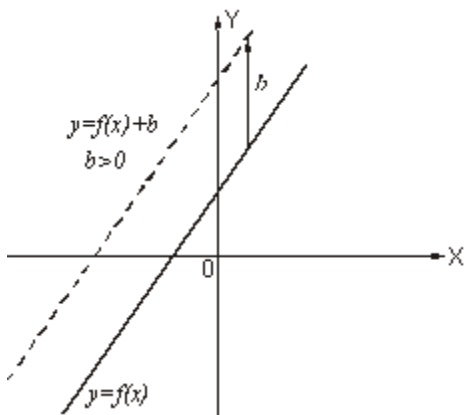
Точки перетину графіка з віссю Oy при цьому залишаються незмінними.



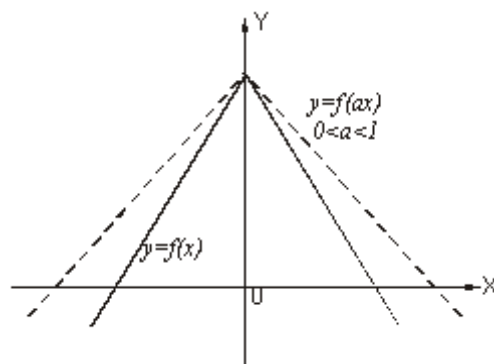
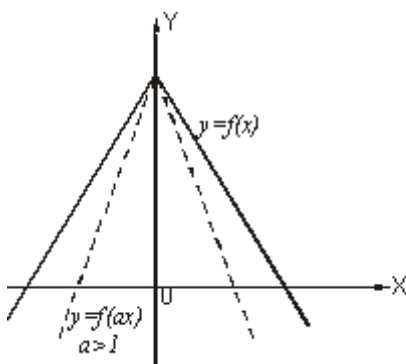
3. Графік функції $y = f(x - a)$ отримують зсувом графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox вправо на a , якщо $a > 0$ (вліво на $|a|$, якщо $a < 0$).



4. Графік функції $y = f(x) + b$ отримують зсувом графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Оу вгору на b , якщо $b > 0$ (вниз на $|b|$, якщо $b < 0$).



5. Графік функції $y = f(ax)$ при $a > 1$ отримують стисненням графіка $y = f(x)$ вздовж осі Ох в a разів, при $0 < a < 1$ – розтягом вздовж осі Ох в $1/a$ разів. При цьому точка перетину графіка з віссю Оу залишається незмінною.



6. Графік функції $y = k \cdot f(x)$ при $0 < k < 1$ отримують стисненням графіка $y = f(x)$ вздовж осі Оу в $1/k$ разів, при $k > 1$ – розтягом вздовж осі Оу в k разів. Точки перетину графіка з віссю Ох при цьому залишаються незмінними.

