

ЗАНЯТТЯ № 2

Тема: Визначники другого, третього, n -го порядків, їх властивості та методи обчислення

Мета:

Навчальна: познайомити студентів з визначниками другого, третього, довільного порядку та їх властивостями

Розвиваюча: розвиток мислення, вміння аналізувати матеріал, діяти за аналогією

Виховна: продовжувати формувати світогляд, позитивне ставлення до навчання, виховувати культуру мовного спілкування в ході бесіди.

Тип заняття: засвоєння нових знань

Засоби навчання: підручник, комп'ютерна презентація

Між предметні зв'язки: бухгалтерський облік

Методи: лекція, пояснення, вправи

Обладнання: комп'ютер, проектор

Кількість годин: 2

Література:

Базова:

1. Аналітична геометрія. Лінійна алгебра: Навчально-методичний посібник/Укл.: І.Д.Пукальський, І.П.Лусте. –Чернівці: Рута, 2007. – 244 с.
2. Вища математика для економістів. Конспект лекцій (І курс) / Уклад.: Ю. П. Буценко, О. О. Диховичний, О. А. Тимошенко. — К: НТУУ «КПІ», 2014. — 256 с.
3. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. зак. / В.П Дубовик., П. Юрик. - 4-те вид. - К. : Ігнатекс-Україна., 2013. - 648 с: іл. - (Вища школа). - Бібліогр.: с. 632-633.
4. Дюженкова Л. І., Дюженкова О. Ю., Михалін Г. О. Вища математика. Прикладні задачі. – К. : Видавничий центр «Академія», 2003.
5. Кривуца В. Г., Барковський В. В., Барковська Н. В. Вища математика: практикум. – К.: ЦУЛ, 2003.
6. Математика для економістів. Елементи лінійної алгебри: Методичні вказівки та завдання для типових розрахунків / Уклад.: В.М. Долгіх, О.М. Назаренко. – Суми: УАБС НБУ, 2005. – 38 с.
7. Шеченко Р.Л. Основи вищої математики. – Біла Церква, 2005.

Допоміжна:

1. Валуце І. І. Математика для технікумів. – М. : наука, 1990.
2. Піскунов Н. С. Диференціальне числення. – Т.1,2. – М. : Наука, 1997.
3. Соколенко О. І. Вища математика: підручник. – К.: Видавничий центр «Академія», 2002.

Інформаційні ресурси

1. Вища математика для економістів
<http://matan.kpi.ua/public/files/%D0%92%D0%9C%D0%B4%D0%95.%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%81%D0%BF%D0%B5%D0%BA%D1%82.pdf>
2. Высшая математика <https://www.kontrolnaya-rabota.ru/wow/vishaya-matematika/>
3. Лекции по высшей математике <http://www.toehelp.ru/theory/math/>

Структура заняття

1. Організаційна частина.
2. Повідомлення теми, формування мети та основних завдань
3. Актуалізація опорних знань.
4. Мотивація навчальної діяльності
Значення теми для майбутньої діяльності; вивчення інших тем і дисциплін, повсякденних справ
5. План заняття
 - 1) Поняття визначника. Визначники другого і третього порядків.
 - 2) Властивості визначників.
 - 3) Обчислення визначників довільного порядку.
6. Підведення підсумків
 - узагальнення матеріалу викладачем
 - повідомлення домашнього завдання

Контрольні запитання

1. Дати означення визначника.
2. Назвати основні властивості визначників.
3. Як обчислюється визначники другого порядку? Навести приклад обчислення довільного визначника.
4. Які способи обчислення визначників третього порядку вам відомі?
5. Як обчислюються визначники довільного порядку?

1) Поняття визначника. Визначники другого і третього порядків.

Розв'язування багатьох економічних задач зводиться до розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. В основі деяких методів розв'язування таких систем використовуються вирази, які називаються визначниками (або детермінантами).

Визначником другого порядку називається число, яке дорівнює різниці добутків елементів головної і допоміжної діагоналей, тобто

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Визначники третього порядку знаходять за правилом трикутників

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \left(\begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} \right) =$$
$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Це правило легко запам'ятати, якщо дописати поряд з визначником перший та другий його стовпці.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Даний метод обчислення визначника третього порядку називається правилом Саррюса. В процесі обчислень систем лінійних рівнянь встановлено, що визначники рівні сумі доданків, які визначаються як добуток елементів, взятих по одному водночас з кожного рядка і стовпця. Для системи трьох рівнянь в добуток входить три елементи, чотирьох – чотири і т. д. Кількість доданків в визначнику в загальному рівна факторіалу кількості рівнянь. У випадках нульових коефіцієнтів при невідомих знаходження визначника спрощується. Для обчислення визначників старших порядків використовують правила.

2) Властивості визначників.

ВЛАСТИВОСТІ ВИЗНАЧНИКІВ:

1. Величина визначника не зміниться, якщо його рядки замінити стовпчиками, причому кожен рядок замінюють стовпчиком з тим же самим номером (транспонування).

2. Якщо у визначнику поміняти місцями лише два рядки (або два стовпчики), то визначник змінює знак на протилежний, зберігаючи своє абсолютне значення.

3. Якщо визначник має два однакових стовпчики або два однакових рядки, то він рівний нулеві.

4. Якщо визначник містить два пропорційних рядки (стовпчики), то його значення дорівнює нулю. Якщо елементи деякого рядка (стовпчика) дорівнюють нулю, то і сам визначник дорівнює нулю.

5. Якщо всі елементи деякого рядка (стовпчика) помножити на сталє число, то значення визначника також помножиться на це число. Звідси слідує, що спільний множник всіх елементів рядка (стовпчика) можна винести за знак визначника.

3) Обчислення визначників довільного порядку

Означення: **Визначником n -го порядку** називається алгебраїчна сума добутків, в кожний з яких потрапляє в точності по одному елементу з кожного рядка і кожного стовпчика матриці; добуток береться із знаком “+”, якщо при упорядкованих 1-ших індексах множників другі індекси утворюють парну перестановку, із знаком “-“,

$$\Delta^{(n)} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{(i_1, i_2, \dots, i_n)} (-1)^{J(i_1, i_2, \dots, i_n)} a_{1i_1} a_{2i_2} \dots a_{ni_n}$$

Визначник n -го порядку, за правилом, рівний сумі добутків елементів довільного рядка або стовпця, на відповідні алгебраїчні доповнення. Уявно викреслимо у визначнику n -го порядку k -й рядок і s -й стовпець, а з решти елементів утворимо визначник $(n-1)$ -го порядку зі збереженням розміщення рядків

і стовпців. Отриманий визначник називається мінором визначника і позначається M_{ks}

Алгебраїчне доповнення $\bar{A}_{ks}$ елемента a_{ks} ($k, s = 1, 2, \dots, n$) визначника можна подати у вигляді $\bar{A}_{ks} = (-1)^{k+s} \cdot M_{ks}$ ($k, s = 1, 2, \dots, n$).

Приклад 1 Знайти визначник 4-го порядку

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & -1 & -3 \\ -2 & 0 & 3 & -1 \end{vmatrix}.$$

Розв'язок. Розкладемо визначник за елементами другого стовпця

$$\Delta = 1 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & -3 \\ -2 & 3 & -1 \end{vmatrix} - 2 \cdot (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ -2 & 3 & -1 \end{vmatrix}.$$

Перший визначник розкладемо за першим рядком

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & -3 \\ -2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} + 1 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 + 9 - (-4 - 6) = 20.$$