ЗАНЯТТЯ № 7

**Тема:** ***Функція, границя функції, обчислення границь функції. Неперервність функції***

**Мета:**

***Навчальна:*** познайомити студентів з поняттям границя функції, її властивостями,поняттям неперервності функції, точками розриву

***Розвиваюча:*** розвиток уявлення, пам’яті, творчого мислення.

***Виховна:*** виховувати культуру мовного спілкування в ході бесіди, формувати спец лексику, активну громадянську позицію, навики самостійно приймати рішення; розвивати творчий та естетичний потенціал, критичне мислення студентів.

**Тип:** комбіноване заняття

**Засоби навчання:** підручник, роздатковий матеріал

**Між предметні зв’язки:** основи підприємництва, економіка с/г

**Методи:** лекція, бесіда, ілюстрування

**Кількість годин:** 2

**Література:**
**Базова:**

1. Аналітична геометрія. Лінійна алгебра: Навчально-методичний посібник /Укл.: І.Д.Пукальський, І.П.Лусте. –Чернівці: Рута, 2007. – 244 с.

2. Вища математика для економістів. Конспект лекцій (І курс) / Уклад.: Ю. П. Буценко, О. О. Диховичний, О. А. Тимошенко. — К: НТУУ «КПІ», 2014. — 256 с.

3. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. зак. / В.П Дубовик., ІІ. Юрик. - 4-те вид. - К. : Ігнатекс-Україна., 2013. - 648 с: іл. - (Вища школа). - Бібліогр.: с. 632-633.

4. Дюженкова Л. І., Дюженкова О. Ю., Михалін Г. О. Вища математика. Прикладні задачі. – К. : Видавничий центр «Академія», 2003.

5. Кривуца В. Г., Барковський В. В., Барковська Н. В. Вища математика: практикум. – К.: ЦУЛ, 2003.

6. Математика для економістів. Елементи лінійної алгебри: Методичні вказівки та завдання для типових розрахунків / Уклад.: В.М. Долгіх, О.М. Назаренко. − Суми: УАБС НБУ, 2005. − 38 с.

7. Шеченко Р.Л. Основи вищої математики. − Біла Церква, 2005.

**Допоміжна:**

1. Валуце І. І. Математика для технікумів. – М. : наука, 1990.

2. Піскунов Н. С. Диференціальне числення. – Т.1,2. – М. : Наука, 1997.

3. Соколенко О. І. Вища математика: підручник. – К.: Видавничий центр «Академія», 2002.

## Інформаційні ресурси

1. Вища математика для економістів
http://matan.kpi.ua/public/files/%D0%92%D0%9C%D0%B4%D0%95.%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%81%D0%BF%D0%B5%D0%BA%D1%82.pdf

2. Высшая математика https://www.kontrolnaya-rabota.ru/wow/vishaya-matematika/

3. Лекции по висшей математике http://www.toehelp.ru/theory/math/

## Структура заняття

1. Організаційна частина.
2. Повідомлення теми, формування мети та основних завдань.
3. Актуалізація опорних знань.
4. Мотивація навчальної діяльності
5. Значення теми для майбутньої діяльності; вивчення інших тем і дисциплін, повсякденних справ
6. План заняття
   1) Означення границі функції.
   2) Властивості функцій, що мають границю.
   3) Неперервність функції.
7. Підведення підсумків
   - узагальнення матеріалу викладачем
   - повідомлення домашнього завдання

## Контрольні запитання

1. Дати означення границі функції.
2. Назвати основні властивості функції, яка має границю.
3. Які величини називають нескінченно малими? Перерахувати їх властивості.
4. Яку функцію називають неперервною?
5. Назвіть умови при яких функція буде мати точки розриву.
6. Які існують типи точок розриву?

*1) Означення границі функції*

Розглянемо спочатку, за аналогією з послідовностями, границю функції на нескінченності.

Число *A* називається границею функції $y = f(x)$ при $x \to \infty$, якщо для $\forall \varepsilon > 0$ (наскільки завгодно малого) знайдеться число *S* , таке, що при всіх *x*, $|x| > S$ , виконується нерівність $|f(x) - A| < \varepsilon$

Інакше кажучи, значення функції при зростанні за абсолютною величиною її аргументу наближаються до числа *A*. Відзначимо, що можливі випадки, коли $x \to +\infty$ або $x \to -\infty$, тоді в означенні слід вимагати, щоб *x* був більшим за *S* або, відповідно, меншим за (- *S*).

Нехай тепер функція *f(x)* визначена в деякому околі точки $x_0$ (за винятком, можливо, самої цієї точки), тоді

***Число A*** називається ***границею функції*** f(x)при x, що прямує до $x_0$ (записується $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$, якщо для $\forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta(\varepsilon) > 0$ таке, що з нерівності
випливає нерівність $|f(x) - A| < \varepsilon$.

Геометрично це означає, що задавши $\varepsilon$ -окіл точки *A* (наскільки завгодно малий), ми можемо підібрати такий $\delta$ -окіл точки $x_0$ , що значення функції *f(x)* для всіх точок з цього околу (окрім, можливо, самої точки $x_0$ ) потрапляють до $\varepsilon$ -околу *A*.

Зауважимо, що:

1) Існування границі функції при $x \to x_0$ не вимагає існування значення функції $f(x_0)$, тобто пов'язане з поведінкою функції поблизу цієї точки.

2) Якщо при прямуванні *x* до $x_0$ змінна *x* приймає лише значення менші (більші) за $x_0$ , то кажуть про прямування *x* до $x_0$ знизу ($x \to x_0 - 0$ ), або зверху ($x \to x_0 + 0$) , і, відповідно, про однобічні границі функції.

*2) Властивості функцій, що мають границю.*

***Властивості функцій***, що мають границю, відповідають властивостям збіжних послідовностей.

1) Якщо функція *f(x)* має границю при $x \to x_0$, то ця границя єдина.

2) Якщо границя функції дорівнює 0, то така функція називається нескінченно малою.

Нескінченно малі величини – дуже важливий клас змінних величин. Для них характерні наступні *властивості:*

а) алгебраїчна сума скінченної кількості нескінченно малих величин є величина нескінченно мала.

б) Добуток нескінченно малої величини на обмежену (в тому числі на сталу або ж іншу нескінченно малу) є величина нескінченно мала.

в) Частка від ділення нескінченно малої величини на величину, яка має відмінну від нуля границю, є величина нескінченно мала.

г) Величина, обернена до нескінченно малої є нескінченно велика (тобто, для довільного $A > 0$ вибором $S(A)$ або ж $\delta$ $(A)$ можна добитись виконання нерівності $|f(x)| > A$ і навпаки – величина, обернена до нескінченно великої є нескінченно мала.

*3) Неперервність функції.*

Неперервною в точці $x = x_0$ назвімо функцію $y = f(x)$, якщо вона:

а) визначена в деякому околі цієї точки;

б) має скінченну границю $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$;

в) $A = f(x_0)$(границя співпадає зі значенням функції); неперервною на інтервалі (a;b), якщо вона неперервна в усіх точках цього інтервалу; неперервною на відрізку[a;b], якщо вона:

г) неперервна на інтервалі(a;b);

д) має скінченні значення $f(a) = \alpha, f(b) = \beta$;

е) мають місце рівності: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = \alpha, \lim\limits_{x \to b-0} f(x) = \beta.$

Відзначимо, що в якості еквівалентних означень неперервної функції можна розглядати наступні:

1) неперервність функції означає неперервність її графіка, тобто можливість зобразити його не відриваючи олівця від паперу;

2) функція неперервна тоді і тільки тоді, коли її приріст $\Delta y = y(x + \Delta x) - y)(x)$ прямує до нуля при $\Delta x \to 0$ .

Якщо функція не є неперервною в точці $x_0$ , то точка $x_0$ називається *точкою розриву функції*. Розрізняють наступні *типи точок розриву*:

1) Усувний розрив.

2) Розрив першого роду (розрив типу «стрибок»).

3) Розрив другого роду.